NAZWISKO I IMIĘ	Nr albumu	Prowadzący wykład/ćwiczenia	Nr zestawu
			X

Zadanie 1. Dane są następujące informacje dotyczące trzygałęziowego, zamkniętego systemu gospodarczego.

Gałąź	Przepływy			Produkt końcowy
	1	2	3	
1	…	10	…	…
2	…	100	…	60
3	5	…	15	…
Amortyzacja	5	20	5	
Płace	…	…	…	
Zysk	5	20	20	
Produkt globalny	50	200	100	
Materiałochłonność	…	…	…	
Płacochłonność	0,20	0,20	0,30	

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} & & \\ -0,3 & & \\ & & \end{bmatrix}$$

a. (3 pkt) Uzupełnij brakujące elementy TPM.
b. (1 pkt) Oblicz i uzupełnij brakujące element macierzy Leontiewa.
c. (1 pkt) Podaj interpretację elementu (3,1) macierzy Leontiewa.
d. (1 pkt) Oblicz rentowność każdej gałęzi.
e. (2 pkt) Oblicz, jak zmieni się produkt końcowy całego układu, jeśli produkcja globalna w każdej gałęzi wzrośnie o 10.

Zadanie 2. Firma *Owocowy Ogród* produkuje dwa rodzaje napojów. Do wytworzenia jednej butelki napoju *Czar jesieni* potrzebne są 2 litry soku gruszkowego i 1 litr soku jabłkowego. Chcąc zaś wyprodukować jedną butelkę napoju *Czar zimy*, zużywa się 1 litr soku gruszkowego i 4 litry soku jabłkowego. Celem przedsiębiorstwa *Owocowy Ogród* jest zaplanowanie produkcji w taki sposób, aby przychód ze sprzedaży napojów był jak największy. Firma ma już podpisane umowy na dostarczanie 40 butelek *Czaru jesieni* oraz 20 *Czaru zimy* do pobliskiej szkoły. Ponadto wiadomo, że jedna butelka *Czaru jesieni* kosztuje 3 zł, natomiast *Czaru zimy* – 5 zł. Firma posiada w magazynie 300 litrów soku gruszkowego oraz 400 litrów soku jabłkowego.

a. (2 pkt) Sformułuj zadanie programowania liniowego umożliwiające znalezienie optymalnego planu produkcji napojów, maksymalizującego przychód przedsiębiorstwa. Przyjmij, że zmienne decyzyjne mogą przyjmować dowolne wartości, nie tylko całkowite.
b. (3 pkt) Znajdź rozwiązanie analizowanego problemu metodą graficzną. Zaznacz na wykresie zbiór rozwiązań dopuszczalnych, gradient funkcji celu oraz zbiór rozwiązań optymalnych. Jaki jest optymalny plan produkcji? Ile wynosi maksymalny przychód firmy?

c. (1 pkt) Które z warunków są napięte, a które luźne? Biorąc pod uwagę badany problem decyzyjny, co oznacza fakt, że warunek jest napięty?
d. (2 pkt) Naukowcy opracowali nowy skład produkowanych napojów. Zamiast soku gruszkowego zaproponowali użycie specjalnego koncentratu produkowanego na bazie gruszek. Firma zakupiła 745 kg tego koncentratu. Do wytworzenia napoju *Czar jesieni* zużywa się 3 kg tego składnika, zaś do wyprodukowania *Czaru zimy* – 5 kg. Jak zmieni się rozwiązanie optymalne pod wpływem tej zmiany?

Zadanie 3. Na podstawie 100 obserwacji oszacowano parametry następujących modeli:

$$\widehat{\Delta y_t} = \underset{(0{,}003)}{0{,}035} + \underset{(0{,}0036)}{0{,}0052} y_{t-1} - \underset{(0{,}0015)}{0{,}0138} \Delta y_{t-1},$$

$$\widehat{\Delta\Delta y_t} = \underset{(0{,}017)}{0{,}403} - \underset{(0{,}0153)}{0{,}3782} \Delta y_{t-1} + \underset{(0{,}0135)}{0{,}2917} \Delta\Delta y_{t-1},$$

gdzie y_t oznacza dochód do dyspozycji [tys. PLN]. W nawiasach podano średnie błędy szacunku parametrów modelu. Ponadto wiadomo, że: $ADF^*(0{,}05) = -2{,}89$, $t^*(0{,}05; 97) = 1{,}98$.

a. (2 pkt) Wymień warunki stacjonarności procesu stochastycznego. Podaj różnicę między szeregiem przyrosto- a trendostacjonarnym.
b. (1 pkt) Zbadaj, czy zmienna y_t jest stacjonarna.
c. (1 pkt) Sprawdź, czy zmienna y_t jest zintegrowana w stopniu pierwszym.
d. (1 pkt) Wiadomo, że zmienna C_t jest zintegrowana w stopniu zerowym. Czy między zmiennymi C_t i y_t może występować relacja kointegrująca? Uzasadnij.
e. (2 pkt) Wiadomo, że konsumpcja jest funkcją zarówno bieżących jak i opóźnionych wartości dochodu do rozporządzenia. Stosując transformację Koycka, otrzymano następującą zależność:

$$\widehat{C_t} = \underset{(0{,}002)}{0{,}239} + \underset{(0{,}003)}{0{,}12} y_t + \underset{(0{,}156)}{0{,}498} C_{t-1},$$

C_t – konsumpcja [tys. PLN]. Oblicz i zinterpretuj mnożnik krótko- i długookresowy.
f. (1 pkt) Zapisz model z punktu e przed transformacją, uwzględniając dwa pierwsze opóźnienia.

Zadanie 4. Poniżej przedstawiono oszacowania parametrów funkcji produkcji oraz wyniki przeprowadzonych testów statystycznych. Zmienną objaśnianą modelu jest logarytm naturalny wielkości produkcji (*l_output*), zaś zmiennymi objaśniającymi logarytm naturalny wielkości nakładu kapitału (*l_capital*) oraz logarytm naturalny wielkości nakładu pracy (*l_labor*). Wielkość produkcji, nakładu kapitału oraz nakładu pracy wyrażone są w dolarach amerykańskich.

Model 1: Estymacja KMNK, wykorzystane obserwacje 1-1616
Zmienna zależna (Y): l_output

	współczynnik	błąd standardowy	t-Studenta	wartość p
const	0.562866	0.0894259	6.294	3.97e-10
l_capital	0.107374	0.0222110	4.834	1.46e-06
l_labor	0.829913	0.0256305	32.38	1.25e-177

Wsp. determ. R-kwadrat	0.749627	Skorygowany R-kwadrat	0.749317
F(2, 1613)	2414.696	Wartość p dla testu F	0.000000
Logarytm wiarygodności	−1339.484	Kryt. inform. Akaike'a	2684.967
Kryt. bayes. Schwarza	2701.131	Kryt. Hannana-Quinna	2690.966

Test liniowych restrykcji: b[l_capital] + b[l_labor] = 1 Statystyka testu: F(1, 1613) = 21.5875, z wartością p = 3.65508e-06

a. (1 pkt) Czy parametr stojący przy zmiennej *l_capital* jest statystycznie istotnie różny od zera przy poziomie istotności równym 0,05? Uzasadnij.
b. (1 pkt) Zinterpretuj oszacowanie parametru przy zmiennej *l_capital*.
c. (2 pkt) Wyznacz wartość krańcowej produkcyjności pracy przy $\overline{\mathrm{K}} = 1020$ i $\overline{\mathrm{L}} = 1140$. Zinterpretuj obliczoną wartość.
d. (2 pkt) Wyznacz wartość krańcowej stopy substytucji pracy przez kapitał, przyjmując $\overline{\mathrm{K}} = 1020$, $\overline{\mathrm{L}} = 1140$. Zinterpretuj obliczoną wartość.
e. (1 pkt) O ile należy zmniejszyć nakłady kapitału, jeśli nakłady pracy zostaną zwiększone o 10%, żeby utrzymać produkcję na niezmienionym poziomie? Przyjmij wyjściowe wartości kapitału i pracy $\overline{\mathrm{K}} = 1020$ i $\overline{\mathrm{L}} = 1140$.
f. (1 pkt) W przeprowadzonym teście liniowych restrykcji testowano hipotezę zerową mówiącą o tym, że suma parametrów stojących przy zmiennych *l_capital* oraz *l_labor* wynosi 1. Czy wyniki testu pozwalają stwierdzić, że proces wytwórczy opisywany przez powyższą funkcję produkcji charakteryzuje się stałymi przychodami skali? Uzasadnij.

PODPOWIEDZI DO ODPOWIEDZI

Zadanie 1

a.

Gałąź	*Przepływy*			*Produkt końcowy*
	1	*2*	*3*	
1	*10*	*10*	*5*	*25*
2	*15*	*100*	*25*	*60*
3	*5*	*10*	*15*	*70*
Amortyzacja	*5*	*20*	*5*	
Płace	*10*	*40*	*30*	
Zysk	*5*	*20*	*20*	
Produkt globalny	*50*	*200*	*100*	
Materiałochłonność	*0,60*	*0,60*	*0,45*	
Płacochłonność	*0,20*	*0,20*	*0,30*	

b.

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} 0{,}8 & -0{,}05 & -0{,}05 \\ -0{,}3 & 0{,}5 & -0{,}25 \\ -0{,}1 & -0{,}05 & 0{,}85 \end{bmatrix}$$

c. rentowność: 1/9; 1/9; ¼

d. zmiana produktu końcowego w poszczególnych gałęziach: 7;-0,5; 7, łącznie produkt końcowy wzrośnie o 13,5.

Zadanie 2

a. $f(x_A, x_B) = 3x_A + 5x_B \to max$

p.w.

$$\begin{cases} 2x_A + x_B \le 300 \\ x_A + 4x_B \le 400 \\ x_A \ge 40 \\ x_B \ge 20 \\ x_A, x_B \in \boldsymbol{C} \end{cases}$$

b. $x_A = \frac{800}{7} \approx 114\ [butelek]$; $x_B = \frac{500}{7} \approx 71\ [butelek]$; $f(x_A, x_B) = 697\ [zł]$.

c. Warunki napięte ($2x_A + x_B \le 300$, $x_A + 4x_B \le 400$*) odpowiadają maksymalnemu wykorzystaniu wszystkich czynników wytwórczych.*

d. Rozwiązania optymalne znajdują się na odcinku o równaniu $3x_A + 5x_B = 745$*, o końcach w punktach:* $(x_A = 140; x_B = 65)$ *oraz* $(x_A = 215; x_B = 20)$*, gdzie* $f(x_A, x_B) = 745$

Zadanie 3

a. $E(y_t) = \mu$; $Var(y_t) = E(y_t - \mu)^2 = \sigma^2 < \infty$; $cov(y_t, y_{t+k}) = E(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu) = \lambda_k$. *Szeregi przyrostostacjonarne podlegają trendowi stochastycznemu, do szeregu stacjonarnego sprowadza się je poprzez wyznaczenie pierwszych przyrostów. Szeregi trendostacjonarne natomiast podlegają trendowi deterministycznemu, w celu wyeliminowania trendu należy oszacować model regresji od czasu oraz wyliczyć składnik resztowy z tego modelu.*

b. Przy przyjętym poziomie istotności 0,05 nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o niestacjonarności szeregu.

c. Przy przyjętym poziomie istotności 0,05 odrzucamy hipotezę zerową o zintegrowaniu badanego szeregu w stopniu co najmniej równym 2 na rzecz alternatywnej o stopniu zintegrowania tego szeregu równym 1.

d. Relacja kointegrująca nie występuje (szereg C_t *jest stacjonarny).*

e. Mnożnik krótkookresowy wynosi 0,12, co oznacza, że wraz ze wzrostem dochodu do rozporządzenia o 1000 zł, średnia wartość konsumpcji wzrasta natychmiastowo o 120 zł, ceteris paribus. Mnożnik długookresowy wynosi 0,239 ($\frac{0{,}12}{1-0{,}498}$*), co oznacza, że wzrost dochodu do rozporządzenia o 1000 zł powoduje wzrost konsumpcji o 239 zł, po uwzględnieniu wszystkich opóźnień, ceteris paribus.*

f. $\widehat{C_t} = 0{,}476 + 0{,}12y_t + 0{,}06y_{t-1} + 0{,}03y_{t-2} + \cdots$

Zadanie 4

a. Parametr stojący przy zmiennej l_capital jest statystycznie istotnie różny od zera na poziomie istotności równym 0,05.

b. Interpretacja: wzrost nakładu kapitału o 1% powoduje wzrost wielkości produkcji o 0,1%.

*c. Krańcowa produkcyjność pracy exp(0,56)*1020^(0,11)*0,83*1140^(-0,17)=0,94. Przyrost nakładów pracy o 1 dolara zwiększy produkcję o 0.94 dolara, ceteris paribus.*

*d. Krańcowa stopa substytucji KSS=-0,83/0,11*1020/1140=-6,75. Interpretacja: w celu utrzymania wielkości produkcji na niezmienionym poziomie, przy jednostkowym spadku nakładów pracy w otoczeniu punktu (1020,1140) kapitał musi zostać zwiększony średnio o 6,75 jednostki (dolarów).*

*e. 6,75*114=769,5$*

f. Wyniki testu wskazują na odrzucenie H0 dla każdego typowego poziomu istotności, bo p-value = 3.65508e-06, czyli nie mamy do czynienia ze stałymi korzyściami skali.